Закон распределения простых чисел в натуральном ряду. (Формулы простых чисел).

В «Биномиальной алгебре» дана формула 3.2, выражающая зависимость простого числа от его порядкового номера номера в таблице простых чисел:

$$\mathbf{p_k} = 2 + \mathbf{C}^1_{\mathbf{k}-1} + \mathbf{C}^2_{\mathbf{k}-1} - \mathbf{C}^3_{\mathbf{k}-1} + 3\mathbf{C}^4_{\mathbf{k}-1} - 9\mathbf{C}^5_{\mathbf{k}-1} + 23\mathbf{C}^6_{\mathbf{k}-1} - 53\mathbf{C}^7_{\mathbf{k}-1} + 115\mathbf{C}^8_{\mathbf{k}-1} -$$

$$-237\mathbf{C}^9_{\mathbf{k}-1} + 457\mathbf{C}^{10}_{\mathbf{k}-1} - 801\mathbf{C}^{11}_{\mathbf{k}-1} + 1213\mathbf{C}^{12}_{\mathbf{k}-1} - 1389\mathbf{C}^{13}_{\mathbf{k}-1} + 445\mathbf{C}^{14}_{\mathbf{k}-1} + 3667\mathbf{C}^{15}_{\mathbf{k}-1} -$$

$$-15081\mathbf{C}^{16}_{\mathbf{k}-1} + 41335\mathbf{C}^{17}_{\mathbf{k}-1} + \ldots + \Delta^{\mathbf{k}-1}\mathbf{p}_1\mathbf{C}^{\mathbf{k}-1}_{\mathbf{k}-1}.$$

Множество простых чисел безконечно, а значит, эта формула также будет безконечной, поэтому она для практики совершенно не пригодна, хотя теоретически она даёт простое число, каким бы большим оно не было. Эта формула является зеркальным отражением всей таблицы простых чисел.

В математике господствует десятичная система счисления. Будем делить всю таблицу простых чисел на отрезки по 10 простых чисел. Получим безконечное множество последовательностей длиной по 10 простых чисел. Для каждой из них «Биномиальная алгебра» даёт для последовательности

$$\mathbf{y_k} = \mathbf{y}_1; \mathbf{y}_2; \ldots; \mathbf{y_k}; \ldots; \mathbf{y_t} \qquad 1.1$$

универсальную формулу для определения каждого члена последовательности в зависимости от его порядкового номера в этой последовательности:

$$\mathbf{y_k} = \mathbf{y}_1 + \Delta\mathbf{y}_1\mathbf{C}^1_{\mathbf{k}-1} + \Delta^2\mathbf{y}_1\mathbf{C}^2_{\mathbf{k}-1} + \cdots + \Delta^{\mathbf{p}}\mathbf{y}_1\mathbf{C}^{\mathbf{k}-1}_{\mathbf{k}-1}, \qquad 1.2$$

где

$$\Delta^{\mathbf{p}}\mathbf{y}_1 = \Delta^{\mathbf{p}-1}\mathbf{y}_2 - \Delta^{\mathbf{p}-1}\mathbf{y}_1. \qquad 1.3$$

Применяя формулы1.2 и 1.3 для каждого такого отрезка простых чисел, будем получать формулу зависимости простого числа от его порядкового номера, который он занимает. Начнём с первого десятка простых чисел:

$$1)\mathbf{p_k} = \quad 2; 3; 5; 7; 11; 13; 17; 19; 23; 29. \qquad 1.4$$

Построив ранговую систему, определим формулу 1.2 для данной последовательности:

$1)\mathbf{p_k} =$ 2; 3; 5; 7; 11; 13; 17; 19; 23; 29;
1; 2; 2; 4; 2; 4; 2; 4; 6;
1; 0; 2; --2; 2; --2; 2; 2;
--1; 2; --4; 4; --4; 4; 0;

3; --6; 8; --8; 8; --4;

--9; 14; --16; 16; --12;

23; --30; 32; --28;

--53; 62; --60;

115; --122;

--237. 1.5

$$1)\ \mathbf{p_k} = 2 + \mathbf{C}^1_{\mathbf{k}-1} + \mathbf{C}^2_{\mathbf{k}-1} - \mathbf{C}^3_{\mathbf{k}-1} + 3\mathbf{C}^4_{\mathbf{k}-1} - 9\mathbf{C}^5_{\mathbf{k}-1} + 23\mathbf{C}^6_{\mathbf{k}-1} - 53\mathbf{C}^7_{\mathbf{k}-1} + 115\mathbf{C}^8_{\mathbf{k}-1} - 237\mathbf{C}^9_{\mathbf{k}-1}.$$

Проверяем эту формулу на истинность, для этого подставим в неё последний член последовательности, получим:

1.6

$1)\mathbf{p}_{10} =$ 2 + 9 + 36 -- 84 +3*126 --9*126 +23*84 -- 53*36 + 115*9 --237*1 = 29.

Составим теперь формулу простых чисел для второго десятка таблицы простых чисел:

$2)\ \mathbf{p_k} =$ 31; 37; 41; 43; 47; 53; 59; 61; 67; 71; 1.7

6; 4; 2; 4; 6; 6; 2; 6; 4;

--2; --2; 2; 2; 0; --4 4; --2;

0; 4; 0; --2; --4; 8; --6;

4; --4; --2; --2; 12; --14;

--8; 2; 0; 14; --26;

10; --2; 14; --40;

--12; 16; --54;

28; --70;

--98; 1.8

$$2)\mathbf{p_k} = 31\mathbf{C}^0_{\mathbf{k}-1} + 6\mathbf{C}^1_{\mathbf{k}-1} - 2\mathbf{C}^2_{\mathbf{k}-1} + 4\mathbf{C}^4_{\mathbf{k}-1} - 8\mathbf{C}^5_{\mathbf{k}-1} + 10\mathbf{C}^6_{\mathbf{k}-1} - 12\mathbf{C}^7_{\mathbf{k}-1} + 28\mathbf{C}^8_{\mathbf{k}-1} - 98\mathbf{C}^9_{\mathbf{k}-1}.$$

$2)\mathbf{p}_{10} =$ 31 + 6*9 -- 2*36 + 4*126 --8*126 +10*84 -- 12*36 + 28*9 -- 98*1 = 71. 1.9

Формула простых чисел второго десятка таблицы простых чисел составлена верно.

Определим формулу третьего десятка таблицы простых чисел.

$3)\mathbf{p_k} =$ 73; 79; 83; 89; 97; 101; 103; 107; 109; 113; 1.10

6; 4; 6; 8; 4; 2; 4; 2; 4;

--2; 2; 2; --4; --2; 2; --2; 2;

4; 0; --6; 2; 4; --4; 4;

--4; --6; 8; 2; --8; 8;

--2; 14; --6; --10; 16;

16; --20; --4; 26;

--36; 16; 30;

52; 14; 3

--38

$$3)\mathbf{p_k} = 73\mathbf{C}^0_{\mathbf{k}-1} + 6\mathbf{C}^1_{\mathbf{k}-1} - 2\mathbf{C}^2_{\mathbf{k}-1} + 4\mathbf{C}^3_{\mathbf{k}-1} - 4\mathbf{C}^4_{\mathbf{k}-1} - 2\mathbf{C}^5_{\mathbf{k}-1} + 16\mathbf{C}^6_{\mathbf{k}-1} - 36\mathbf{C}^7_{\mathbf{k}-1} + 52\mathbf{C}^8_{\mathbf{k}-1} - 38\mathbf{C}^9_{\mathbf{k}-1}.$$

$$3)\mathbf{p}_{10} = 73\mathbf{C}^0_9 + 6\mathbf{C}^1_9 - 2\mathbf{C}^2_9 + 4\mathbf{C}^3_9 - 4\mathbf{C}^4_9 - 2\mathbf{C}^5_9 + 16\mathbf{C}^6_9 - 36\mathbf{C}^7_9 + 52\mathbf{C}^8_9 - 38\mathbf{C}^9_9 =$$

=73*1 + 6*9 -- 2*36 +4*84 -- 4*126 -- 2*126 + 16*84 -- 36*36 +52*9 -- 38*1 = 113.

Поскольку множество простых чисел безконечно, то множество таких формул простоты чисел также безконечно. Их нужно продолжить до предела, выраженного простым числом P, установленному практикой математики для решения различных вопросов теории простых чисел. Тогда множество M таких формул, определённых по таблице простых чисел, будет равно:

$$\mathbf{M} = \frac{\mathbf{P}}{10}, \qquad 1.11$$

где P -- предел этого множества, является простым числом.

Множество M формул простоты будет зеркальным отражением таблицы простых чисел.

Очевидно, что этот предел не является постоянной величиной, он будет иногда увеличиваться в связи с возросшими запросами математики.

Формулы простоты чисел не имеют никакого отношения к решету Эратосфена.

Формулы простоты чисел значительно упрощают определение простоты неизвестной для числа N. Например, определим простоту числа N=5843. Для этого в справочнике ищем формулу простоты, начинающей с числа P=5800 или с P=5790. Такой формулой окажется следующая:

$$77)\mathbf{p_k} = 5801 + 6\mathbf{C}^1_{\mathbf{k}-1} + 2\mathbf{C}^3_{\mathbf{k}-1} - 6\mathbf{C}^4_{\mathbf{k}-1} + 18\mathbf{C}^5_{\mathbf{k}-1} - 52\mathbf{C}^6_{\mathbf{k}-1} + 132\mathbf{C}^7_{\mathbf{k}-1} - 298\mathbf{C}^8_{\mathbf{k}-1} + 620\mathbf{C}^9_{\mathbf{k}-1}$$

В этой формуле 9 членов, по догадке задаём к=5, получаем:

$$77)\mathbf{p}_5 = 5801 + 6\mathbf{C}^1_4 + 2\mathbf{C}^3_4 - 6\mathbf{C}^4_4$$ = 5801+6*4+2*4-6*1=5827.

Сравниваем: N=5843>5827. Ищем средину второй части последовательности, она падает на число с порядковым номером 5+3=8.

Определяем это число:

$$77)\mathbf{p}_8 = 5801 + 6\mathbf{C}^1_7 + 2\mathbf{C}^3_7 - 6\mathbf{C}^4_7 + 18\mathbf{C}^5_7 - 52\mathbf{C}^6_7 + 132\mathbf{C}^7_7 =$$

= 5801 + 6*7 +2*35 -- 6*35 + 18*21 -- 52*7 + 132*1 = 5849.

Сравниваем: N=5843<5849. Принимаем порядковый номер 8 -- 1 =7, получаем:

$$77)\mathbf{p}_7 = 5801 + 6\mathbf{C}^1_6 + 2\mathbf{C}^3_6 - 6\mathbf{C}^4_6 + 18\mathbf{C}^5_6 - 52\mathbf{C}^6_6 =$$

= 5801+ 6*6 + 2*20 -- 6*15 + 18*6 -- 52*1 = 5843.

Это и есть искомое число. Значит, число N = 5843 является простым. Это было определено в результате только двух действий. Современная математика знает только единственный способ определения простоты числа: нужно испытуемое число делить на все простые числа от 7 до $\sqrt{5874} = 76$

Из сравнения 2 и 76 следует, что необходимо составить таблицу формул простоты до выбранного предела Р.

Допустим, надо было определить простоту числа N =5853. Определив простое число N = 5849 под номером к=8, ищем простое число под номером к= 8 + 1 = 9, оно будет равно:

$77)\mathbf{p}_9 = 5801 + 6\mathbf{C}_8^1 + 2\mathbf{C}_8^3 - 6\mathbf{C}_8^4 + 18\mathbf{C}_8^5 - 52\mathbf{C}_8^6 + 132\mathbf{C}_8^7 - 298\mathbf{C}_8^8 =$ 5801 +

+6*8 +2*56 -- 6*70 + 18*56 -- 52*28 +132*8 -- 298*1 =5851.

Но 5853 > 5851. Тогда остаётся принять к = 10, в результате чего получим:

$$77)\mathbf{p}_{10} = 5801 + 6\mathbf{C}_9^1 + 2\mathbf{C}_9^3 - 6\mathbf{C}_9^4 + 18\mathbf{C}_9^5 - 52\mathbf{C}_9^6 + 132\mathbf{C}_9^7 - 298\mathbf{C}_9^8 + 620\mathbf{C}_9^9 =$$

=5801 + 6*9 + 2*84 -- 6*126 + 18*126 -- 52*84 +132*36 -- 298*9 + 620*1 = 5857

Между простыми числами 5851 и 5857 нет числа 5853, значит, оно является составным.

Простые числа занимают в натуральном ряду то место, которое не способны занять составные числа, в этом заключается их сущность.

Обобщим всё сказанное.

Формула 3.2 или безконечное множество формул 1.2 и 1.3 являются законом распределения простых чисел в натуральном ряду чисел. Другого закона не существует.

Закон распределения простых чисел в натуральном ряду зачёркивает проблему (гипотезу) Римана.

Для тех, кто будет составлять формулы простоты таблицы простых чисел, ниже даются значения биномиальных коэффициентов

$$\mathbf{C}_{\mathbf{k}}^0 = 1; \mathbf{C}_{\mathbf{k}-1}^1 = \mathbf{k} - 1; \mathbf{C}_2^2 = \mathbf{C}_3^2 = 3; \mathbf{C}_4^2 = 6; \mathbf{C}_5^2 = 10; \mathbf{C}_6^2 = 15; \quad \mathbf{C}_7^2 = 21; \mathbf{C}_7^2 = 21; \mathbf{C}_8^2 = 28;$$

$$\mathbf{C}_7^2 = 21; \mathbf{C}_9^2 = 36; \mathbf{C}_{10}^2 = 45; \quad \mathbf{C}_7^2 = 21; \mathbf{C}_3^3 = 1; \mathbf{C}_4^3 = 4; \mathbf{C}_5^3 = 10; \mathbf{C}_6^3 = 20; \mathbf{C}_7^3 = 35;$$

$$\mathbf{C}_8^3 = 56; \mathbf{C}_9^3 = 84; \mathbf{C}_{10}^3 = 120; \quad \mathbf{C}_4^4 = 1; \mathbf{C}_5^4 = 5; \mathbf{C}_6^4 = 15; \mathbf{C}_7^4 = 35; \mathbf{C}_8^4 = 70; \quad \mathbf{C}_9^4 = 126;$$

$$\mathbf{C}_{10}^4 = 210; \quad \mathbf{C}_5^5 = 1; \mathbf{C}_6^5 = 6; \mathbf{C}_7^5 = 21; \mathbf{C}_8^5 = 56; \mathbf{C}_9^5 = 126; \mathbf{C}_{10}^5 = 252; \quad \mathbf{C}_6^6 = 1; \mathbf{C}_7^6 = 7;$$

$$\mathbf{C}_8^6 = 28; \mathbf{C}_9^6 = 84; \mathbf{C}_{10}^6 = 210; \quad \mathbf{C}_7^7 = 1; \mathbf{C}_8^7 = 8; \mathbf{C}_9^7 = 36; \mathbf{C}_{10}^7 = 120; \quad \mathbf{C}_8^8 = 1; \mathbf{C}_9^8 = 9;$$

$$\mathbf{C}_{10}^8 = 45; \quad \mathbf{C}_9^9 = 1; \mathbf{C}_{10}^9 = 10; \quad \mathbf{C}_{10}^{10} = 1;$$

Для упрощения их следует расположить в следующем порядке: нижние индексы постоянны, а верхние возрастают на единицу.

С помощью формул простых чисел легко определяется множество простых чисел до данного простого или составного числа N. Пусть, например, требуется определить множество простых чисел до числа N=5853. По справочнику простоты ищем формулу 1.2 простых чисел, которая начиналась бы с N = 5800. Такой формулой окажется следующая:

$$77)\mathbf{p_k} = 5801 + 6\mathbf{C}^1_{\mathbf{k}-1} + 2\mathbf{C}^3_{\mathbf{k}-1} - 6\mathbf{C}^4_{\mathbf{k}-1} + 18\mathbf{C}^5_{\mathbf{k}-1} - 52\mathbf{C}^6_{\mathbf{k}-1} + 132\mathbf{C}^7_{\mathbf{k}-1} - 298\mathbf{C}^8_{\mathbf{k}-1} + 620\mathbf{C}^9_{\mathbf{k}-1}.$$

При k=9 выясняем, что N=5853 составное, а перед ним стоит простое число с номером k=9, равное N=5851. Это означает, что до числа N=5853 расположено 77*10+9 =779 простых чисел.

Обозначим через w номер формулы простоты, тогда формула простоты в общем виде будет выглядеть так: $\mathbf{w})\mathbf{p_k} = ...$ (рассмотренная последняя формула простоты имеет w=77). Обозначим множество простых чисел до числа N символом $\mathbf{M_p}$, тогда формула простых чисел будет равна:

$$\mathbf{M_p} = 10\mathbf{w} + \mathbf{k}. \qquad 1.12$$

Эта формула абсолютно точна, она дает множество простых чисел до любого числа N с точностью до единицы.

Аналогично можно создать формулы и для чисел близнецов, множество которых безконечно, а также и для четвёрок чисел близнецов, множество которых также безконечно. Для этого можно составлять последовательности только первых простых чисел близнецов, как двоек, так и четвёрок, и для них составлять биномиальные многочлены длиной по 9 членов.

Дополнение.
1

Закон распределения простых чисел близнецов в натуральном ряду чисел.

Взяв первые 10 пар чисел близнецов: 1) 5, 7; 2)11, 13; 3) 17, 19; 4) 29, 31; 5) 41,4; 6) 59, 61; 7) 71, 73; 8) 101, 103; 9)107, 109; 10) 137, 139, составим из них ранговую систему:

$1)\mathbf{p}_{5;7;\mathbf{k}} =$	5;	11;	17;	29;	41;	59;	73;	101;	107;	137;
	6;	6;	12;	12;	18;	14;	28;	6;	30;	
	0;	6;	0;	6;	4;	14;	- 22;	24;		
	6;	- 6;	6;	- 10;	18;	- 36;	- 46;			
	- 12;	12;	-16;	28;	-54;	82;				
	24;	- 28;	44;	- 82;	136;					
	- 52;	72;	-126;	218;						
	124;	- 198;	344;							
	- 322;	542;								
	864;									

Составляем формулу расположения чисел близнецов на отрезке $[5 \div 139]$:

$$1)\mathbf{p}_{5;7;\mathbf{k}} = 5\mathbf{C}^0_{\mathbf{k}-1} + 6\mathbf{C}^1_{\mathbf{k}-1} + 6\mathbf{C}^3_{\mathbf{k}-1} - 12\mathbf{C}^4_{\mathbf{k}-1} + 24\mathbf{C}^5_{\mathbf{k}-1} - 52\mathbf{C}^6_{\mathbf{k}-1} + 124\mathbf{C}^7_{\mathbf{k}-1} - 322\mathbf{C}^8_{\mathbf{k}-1} + 864\mathbf{C}^9_{\mathbf{k}-1}.$$

Проверим её на истинность. Для этого примем наибольший к = 10 (к = 1; 2; 3; ...; 10), тогда получим:

$$1)\mathbf{p}_{5;7;10} = 5\mathbf{C}^0_9 + 6\mathbf{C}^1_9 + 6\mathbf{C}^3_9 - 12\mathbf{C}^4_9 + 24\mathbf{C}^5_9 - 52\mathbf{C}^6_9 + 124\mathbf{C}^7_9 - 322\mathbf{C}^8_9 + 864\mathbf{C}^9_9 =$$

= 5*1 + 6*9 + 6*84 - 12*126 + 24*126 - 52*84 + 124*36 - 322*9 + 864*1 = = 137. Получили последнюю пару чисел близнецов 137; 139, это означает, что формула составлена верно.

Составляя таким образом формулы для каждой десятки пар чисел близнецов по всей длине натурального ряда чисел:

$$1)\mathbf{p}_{5;7;\mathbf{k}}; 2)\mathbf{p}_{5;7;\mathbf{k}}; 3)\mathbf{p}_{5;7;\mathbf{k}}; ...; \infty)\mathbf{p}_{5;7;\mathbf{k}}, \qquad 1.13$$

получим безконечное множество формул чисел близнецов.

Безконечное множество формул 1.13 пар простых чисел близнецов называется законом распределения простых чисел близнецов в натуральном ряду.

По формуле 1.12 определяется множество простых чисел близнецов до натурального числа R.

Рассмотрим теперь четвёрки чисел близнецов: 1) 11; 13; 17;19; 2) 101; 103; 107; 109; 3) 191; 193; 197; 199; 4) 821; 823; 827; 829; 5) 1481; 1483; 1487; 1489; 6) 1871; 1873; 1877; 1879; 7) 2081; 2083; 2087; 2089; 8) 5651; 5653; 5657; 5659; 9) 13001; 13003; 13007; 13009; 10) 15641; 15653; 15657; 15659. Составим из них ранговую систему:

$1)\mathbf{p}_{5;7;9;\mathbf{k}} =$ 11; 101; 191; 821; 1481; 1871; 2081; 5651; 13001; 15641;
90; 90; 630; 660; 390; 210; 3570; 7350; 2640;
0; 540; 30; -270; -180; 3360; 3780; -4710;
540; -510; -300; 90; 3540; 420; -8490
-1050; 210; 390; 3450; -3120; -8910;
1260; 180; 3060; -6570; -5790;
-1080; 2880; -9630; 780;
3960; -12510; 10410;
-16470; 22920;
39390.

Составляем формулу расположения первой четвёрки чисел близнецов на отрезке [11-- 15649] натурального ряда чисел:

$$1)\mathbf{p}_{5;7;9;\mathbf{k}} = 11\mathbf{C}^{0}_{\mathbf{k}-1} + 90\mathbf{C}^{1}_{\mathbf{k}-1} + 540\mathbf{C}^{3}_{\mathbf{k}-1} - 1050\mathbf{C}^{4}_{\mathbf{k}-1} + 1260\mathbf{C}^{5}_{\mathbf{r}-1} - 1080\mathbf{C}^{6}_{\mathbf{k}-1} + 3960\mathbf{C}^{7}_{\mathbf{k}-1} -$$

$$-16470\mathbf{C}^{8}_{\mathbf{k}-1} + 39390\mathbf{C}^{9}_{\mathbf{k}-1}.$$

Проверим эту формулу на истинность при к = 10, тогда получим:

$$1)\mathbf{p}_{5;7;9;\mathbf{k}} = 11\mathbf{C}^{0}_{10-1} + 90\mathbf{C}^{1}_{9} + 540\mathbf{C}^{3}_{9} - 1050\mathbf{C}^{4}_{9} + 1260\mathbf{C}^{5}_{9} - 1080\mathbf{C}^{6}_{9} + 3960\mathbf{C}^{7}_{9} -$$

$-16470\mathbf{C}^{8}_{9} + 39390\mathbf{C}^{9}_{9} =$ 11*1 + 90*9 + 540*84 - 1050*126 + 1260*126 -

- 1080*84 + 3960*36 - 16470*9*9 + 39390 = 386891 - 371250 = 15641.

Получили десятую четвёрку чисел близнецов 15641; 15643; 15647; 15649, а это означает, что формула составлена верно.

Составляя таким образом для каждой четвёрки чисел близнецов по всей длине натурального ряда чисел такие формулы:

$$1)\mathbf{p}_{5;7;9;\mathbf{k}}; 2)\mathbf{p}_{5;7;9;\mathbf{k}}; 3)\mathbf{p}_{5;7;9;\mathbf{k}}; ...; \infty)\mathbf{p}_{5;7;9;\mathbf{k}}, \qquad 1.14$$

получим безконечное множество четвёрок чисел близнецов по всей длине натуралного ряда чисел.

Безконечное множество формул 1.14 четвёрок простых чисел близнецов называется законом распределения четвёрок простых чисел близнецов в натуральном ряду чисел.

По формуле 1.12 определяется множество четвёрок чисел близнецов до заданного числа N.